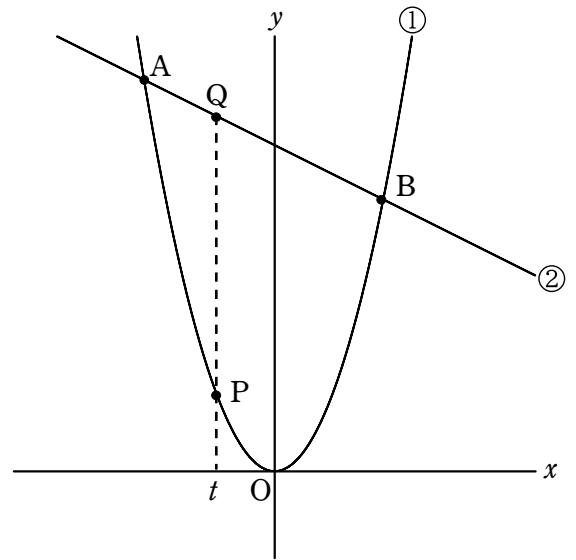


次の図のように、関数 $y = \frac{1}{2}x^2 \dots \textcircled{1}$ のグラフと

関数 $y = -\frac{1}{2}x + 15 \dots \textcircled{2}$ のグラフがあり、

2点A, Bで交わっている。このとき、次の問いに答えなさい。



(1) 点Aの座標を求めよ。

点A, Bは関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ と直線 $y = -\frac{1}{2}x + 15$ の交点なので、

y を消去して $-\frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{2}x + 15$

解くと、 $x = -6, 5$

よってAの x 座標は -6 であり、これは $\textcircled{1}$ 上の点なので、 $y = \frac{1}{2} \times (-6)^2 = 18$ より、

Aの座標は、 $(-6, 18)$

(2) 図のように $\textcircled{1}$ 上の点Aと点Bの間に点Pを取り、点Pの x 座標を $t (< 0)$ とする。

また、点Pと x 座標が等しい $\textcircled{2}$ 上の点をQとする。このとき、PQの長さを t を用いて表せ。

点Pは $\textcircled{1}$ 上の点、点Qは $\textcircled{2}$ 上の点なので、それぞれの x 座標を t ととると、

点P, Qの y 座標はそれぞれ $\frac{1}{2}t^2$, $-\frac{1}{2}t + 15$ と表せる。

よってPQの長さは、2点の y 座標の差より、

$$\begin{aligned} PQ &= \left(-\frac{1}{2}t + 15\right) - \frac{1}{2}t^2 \\ &= -\frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{2}t + 15 \end{aligned}$$

(3) (2)のとき三角形ABPの面積が77になるときの点Pの座標を求めよ。

$\triangle APQ$, $\triangle BPQ$ について、底辺をPQとすると(1)より、点Aの x 座標は -6 、点Bの x 座標は 5 なので、 $\triangle APQ$ の高さは $t + 6$ 、 $\triangle BPQ$ の高さは $5 - t$ となる。

よって、

$\triangle ABP = \triangle APQ + \triangle BPQ$ より

$$= \frac{1}{2} \times \left\{ -\frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{2}t + 15 \right\} \times 11 = 77$$

なので、これを解くと、

$$t = -2, 1$$

$t < 0$ より、 $t = -2$

したがって、 $P(-2, 2)$ である。